

## ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЖИДКИХ ДИЭЛЕКТРИКОВ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ И РАСПАД НА АНИЗОТРОПНУЮ ДВУХФАЗНУЮ СИСТЕМУ ЖИДКОСТЬ–ПАР

© 2006 г. А. Л. Куперштох, Д. А. Медведев

Представлено академиком В.М. Титовым 20.03.2006 г.

Поступило 04.04.2006 г.

Стабильные состояния вещества лежат вне кривой сосуществования фаз, причем  $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T > 0$ . Однородное состояние ниже кривой сосуществования может быть либо метастабильным  $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T > 0$ , либо нестабильным  $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T < 0$ . Метастабильные

состояния могут существовать относительно долго, а затем распадаются на жидкость и пар путем гетерогенной и гомогенной нуклеации [1, 2]. Нестабильные состояния термодинамически запрещены, поэтому очень быстро происходит спиновальная декомпозиция [3]. В [4] обнаружено влияние электрического поля на область стабильности жидкости. Еще раньше теоретически показано [5], что критическая точка и, следовательно, кривая сосуществования фаз сдвигаются из-за действия электрострикционных сил.

В настоящей работе обнаружен ранее неизвестный механизм неустойчивости жидких диэлектриков в сильных электрических полях – анизотропный распад на двухфазную систему паровых каналов в жидкости, ориентированных вдоль поля.

Объемная сила, действующая на диэлектрическую жидкость в электрическом поле  $E$ , выражается формулой Гельмгольца [5]

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} - \frac{E^2}{8\pi} \nabla \epsilon + \frac{1}{8\pi} \nabla \left[ E^2 \rho \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right]. \quad (1)$$

Для газов и для жидкостей со слабой поляризуемостью молекул диэлектрическая проницаемость линейно зависит от плотности:

$$\epsilon = 1 + 3\alpha\rho, \quad (2)$$

где  $\alpha = \frac{4\pi\beta}{3m}$ ,  $\beta$  – поляризуемость,  $m$  – молекулярная масса. Для неполярных жидкостей имеем закон Клаузиуса–Мосотти [6]

$$\epsilon = 1 + \frac{3\alpha\rho}{1 - \alpha\rho}. \quad (3)$$

Для полярных жидкостей справедлив закон Онзагера–Кирквуда–Фрелиха [6], но надежнее использовать экспериментальные значения величин  $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_T$  и  $\left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2}\right)_T$ , обычно положительных.

Проведен линейный анализ устойчивости уравнений Эйлера [7] для гомогенных жидких диэлектриков, находящихся в однородном электрическом поле, в простейшем изотермическом случае (естественно, при соответствующих внешних подводе и отводе тепла).

В однородном поле между двумя плоскими горизонтальными электродами отлична от нуля только вертикальная проекция электрического поля  $E_z$ . Рассмотрим рост малых одномерных возмущений плотности и скорости для расслоения вдоль поля в виде

$$\rho = \rho_0 + A_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi x}{\lambda}, \quad (4)$$

$$u_x = B_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi x}{\lambda}$$

и для расслоения поперек поля в виде

$$\rho = \rho_0 + A_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi z}{\lambda}, \quad (5)$$

$$u_z = B_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi z}{\lambda},$$

где  $\lambda$  – длина волны,  $A_0, B_0$  – начальные амплитуды возмущений,  $\gamma$  – инкремент неустойчивости,  $\rho_0$  – средняя плотность вещества.

В случае возмущений (4) объемную силу запишем как

$$F_x = \frac{E_0^2 \rho}{8\pi} \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right)_T \frac{\partial \rho}{\partial x} = K_x \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (6)$$

где  $E_0$  – величина электрического поля. Для возмущений (5) (постоянна по пространству индукция электрического поля  $D_0$ ) имеем

$$F_z = \frac{D_0^2 \rho}{8\pi \varepsilon^2} \left( \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right)_T - \frac{2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T^2 \right) \frac{\partial \rho}{\partial z} = K_z \frac{\partial \rho}{\partial z}. \quad (7)$$

Формула для инкремента неустойчивости и уравнение спинодали в обоих случаях имеют вид

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{- \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T} + K, \quad (8)$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = K. \quad (9)$$

Для роста двумерных возмущений (типа цилиндрических каналов вдоль оси  $z$ , если уравнение для  $K_y$  аналогично (6))

$$\rho = \rho_0 + A_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi x}{\lambda} \cdot \exp \frac{i \cdot 2\pi y}{\lambda},$$

$$u_x = B_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi x}{\lambda} \cdot \exp \frac{i \cdot 2\pi y}{\lambda}, \quad (10)$$

$$u_y = Q_0 \exp(\gamma t) \exp \frac{i \cdot 2\pi x}{\lambda} \cdot \exp \frac{i \cdot 2\pi y}{\lambda},$$

значение инкремента в  $\sqrt{2}$  больше, чем для возмущений вида (4).

Инкремент неустойчивости (8) неограниченно возрастает с уменьшением  $\lambda$ . Однако при учете вязкости (рассматривая устойчивость одномерных уравнений Навье–Стокса [7]) значение инкремента неустойчивости ограничено

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{\left( \frac{\pi b}{\lambda} \right)^2 + K} - \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T - \frac{\pi b}{\lambda} \right), \quad (11)$$

т.е. выходит на постоянное значение  $\gamma_{\max} \approx \left( K -$

$-\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \right) b^{-1}$  для  $\lambda < \lambda_* \sim 2\pi b \left( \sqrt{K - \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T} \right)^{-1}$ . Здесь

$b = \frac{4/3\mu + \xi}{\rho_0}$ ,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $\xi$  – коэффициент второй вязкости [7]. Таким образом, учет вязкости не меняет уравнения спинодали (9).

Из (6) и (7) следует, что  $K_z < K_x$ , поэтому инкремент неустойчивости зависит от ориентации возмущений.

Для полярных и неполярных жидкостей  $K_x > 0$ , т.е. электрическое поле увеличивает инкремент неустойчивости для возмущений типа (4). Устойчивость же вещества к расслоению поперек поля увеличивается, так как  $K_z < 0$ . Поэтому, при  $K_x > \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T$  из-за сил электрострикции происходит распад гомотенного вещества на анизотропную двухфазную систему паровых нитевидных каналов в жидкости, ориентированных вдоль электрического поля.

Для “газового” закона (2)  $K_x = 0$ , поэтому неустойчивость возможна только в области запрещенных состояний  $\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T < 0$ , как и при отсутствии электрического поля. Даже в этом случае неустойчивость анизотропна, так как  $K_z = \frac{-D_0^2(\varepsilon - 1)^2}{4\pi\varepsilon^3\rho} < 0$ .

Известно, что в электрическом поле критическая точка сдвигается по температуре и по плотности [5]. Уравнение спинодали  $\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = K_x$ , полученное из условия гидродинамической устойчивости, точно соответствует границе термодинамической устойчивости жидких диэлектриков, полученной в [5].

$$\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = \frac{E_0^2 \rho}{8\pi} \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right)_T. \quad (12)$$

Вместе с тем в [5] не рассматривалась возможность того, что неустойчивость диэлектрика и его распад будут анизотропными.

Рассмотрим жидкость, для которой справедливо уравнение состояния Ван-дер-Ваальса (записано в приведенных переменных)

$$\tilde{p} = \frac{8\tilde{T}\tilde{\rho}}{3 - \tilde{\rho}} - 3\tilde{\rho}^2. \quad (13)$$

Для неполярных жидкостей из (3) имеем

$$K_x = \frac{E_0^2}{36\pi} (\varepsilon - 1)^2 \frac{\varepsilon + 2}{\rho}, \quad (14)$$

и выражение для спинодали удается записать в явном виде

$$\tilde{T} = \frac{\tilde{\rho}(3 - \tilde{\rho})^2}{4} \left( 1 + C \frac{(\alpha\rho_{cr})^2}{(1 - \alpha\rho_{cr}\tilde{\rho})^3} \right). \quad (15)$$

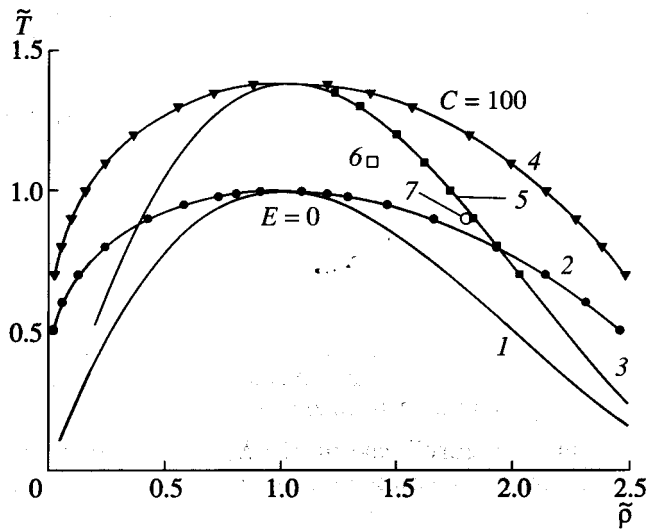


Рис. 1. Кривые сосуществования фаз (2 и 4) и теоретические спинодали (15) (кривые 1 и 3) для уравнения Ван-дер-Ваальса. Кривые 1, 2 – в отсутствие поля, 3, 4 – в однородном электрическом поле; 5 – точки спинодали, полученные в гидродинамических расчетах; 6 и 7 – состояния, первоначально находящиеся выше критической точки ( $\tilde{\rho}_0 = 1.4$ ,  $\tilde{T} = 1.1$ ) и в стабильном жидком состоянии ( $\tilde{\rho}_0 = 1.8$ ,  $\tilde{T} = 0.9$ ) соответственно.

Второй член в скобках является сдвигом критической точки по температуре. Здесь  $C = \frac{E_0^2}{8\pi p_{cr}}$  – без-

размерный квадрат амплитуды электрического поля. Сдвиг критической точки по плотности  $\Delta\tilde{\rho}_{cr} \sim 2(\alpha\rho_{cr})\Delta\tilde{T}$  мал, так как  $\alpha\rho_{cr} \ll 1$ . Для параметров, соответствующих аргону,  $T_{cr} = 151$  К,  $\rho_{cr} = 531$  кг/м<sup>3</sup>,  $p_{cr} = 4.86$  МПа,  $\alpha\rho_{cr} = 0.057$  построены спинодали при  $E = 0$  и при  $C = 100$  (рис. 1).

Эволюция (электродинамика) первоначально покоящегося однородного жидкого диэлектрика в однородном электрическом поле моделировалась методом решеточных уравнений Больцмана с фазовыми переходами [8] с учетом действия электрических сил на жидкость [9]. По  $x$  использовались периодические граничные условия. Задавались случайные флуктуации плотности  $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \sim 10^{-6}$ . Смачиваемость электродов была

нейтральной (краевой угол  $\frac{\pi}{2}$ ). Распределение электрического поля находили из уравнений

$$\text{div}(\epsilon\nabla\phi) = 0, \quad \mathbf{E} = -\nabla\phi. \quad (16)$$

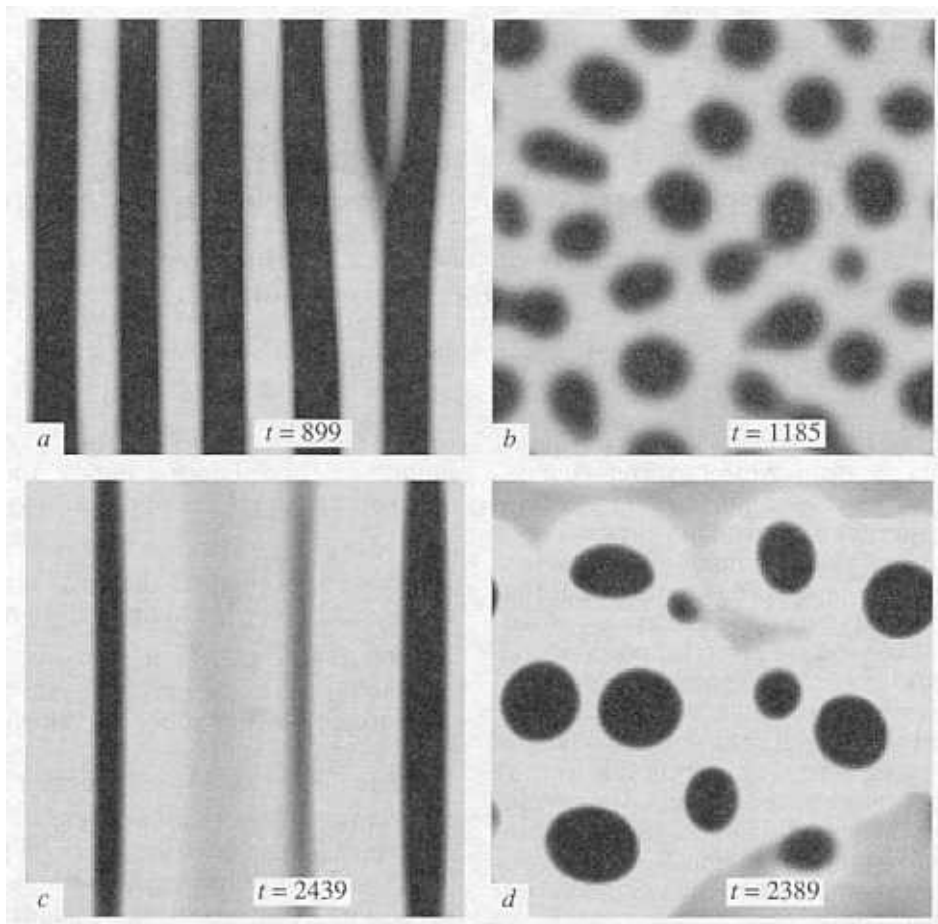
с граничными условиями  $\phi = 0$  и  $\phi = E_0L_y$  на нижнем и на верхнем электродах. Размеры расчетной области  $150 \times 150$  узлов.

Для диэлектрика с параметрами, соответствующими аргону, по результатам численных экспериментов построены кривые сосуществования фаз без поля и в первоначально однородном электрическом поле (рис. 1), а также участок спинодали (точки 5). При достаточно большом поле анизотропная неустойчивость становится возможной для метастабильных и даже стабильных состояний, например, 6 и 7 на рис. 1. Это верно и для полярных диэлектриков.

Действительно, при компьютерном моделировании наблюдается расслоение вдоль однородного электрического поля ( $C = 100$ ) для вещества, находящегося первоначально как в состоянии выше критической точки (рис. 2a, b), так и в жидкой фазе (рис. 2c, d). Принципиально то, что менее плотная фаза возникает в виде каналов примерно цилиндрического сечения, ориентированных вдоль поля. Расширяясь, они формируют волны уплотнения (рис. 2d) до плотностей, лежащих на сдвинутой кривой сосуществования фаз, что соответствует коллективным эффектам в теории нуклеации [2].

Ранее рассматривалась возможность зарождения в жидком диэлектрике только сферических или эллипсоидальных пузырьков, но не паровых каналов (см. [10, 11] и др.). Механизм, предложенный в [10], подразумевает распространение “трещин” (как в твердых материалах) по жидкости, содержащей популяцию сферических микропузырьков. Однако для рассмотренного в [10] случая линейной зависимости  $\epsilon(\rho)$  анизотропная неустойчивость возможна только для первоначально нестабильных состояний. Поэтому механизм [10] принципиально отличается от анизотропной неустойчивости.

При пробое жидких диэлектриков в сильных локальных электрических полях  $\sim 1\text{--}100$  МВ/см (для разных жидкостей) описанная анизотропная неустойчивость, возможно, является ключевым механизмом зарождения стримерных структур, их быстрого распространения (экспериментально наблюдались скорости  $>100$  км/с [12]) в виде тонких ветвящихся каналов, в среднем ориентированных вдоль локального электрического поля (рис. 2a, c). В процессе образования газовой фазы в одном из каналов происходит электрический пробой. В результате поле в соседних каналах уменьшается, и они рассасываются. Наоборот, перед вершиной проводящего канала поле увеличивается, и анизотропная неустойчивость развивается в новой области диэлектрика, где состояния лежат ниже локальных спинодалей. Скорость вершины, распространяющейся шаг за шагом, является фазовой и может быть весьма высокой.



**Рис. 2.** Анизотропное расслоение диэлектрика в однородном электрическом поле. *a, c* – расслоение вдоль первоначально вертикального поля. *b, d* – развитие неустойчивости в плоскости *x–y*, перпендикулярной полю. Темным показана меньшая плотность (пар). *a, b* – для состояния 6 на рис. 1; *c, d* – для состояния 7 на рис. 1.

Таким образом, обнаружен, исследован и продемонстрирован при компьютерном моделировании ранее неизвестный механизм неустойчивости жидких диэлектриков в экстремальных электрических полях – анизотропный распад на двухфазную систему нитевидных паровых каналов в жидкости. Описанный механизм образования газовой фазы, возможно, играет ключевую роль при зарождении и сверхбыстром распространении стримерных структур.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 06–08–01006–а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1945. 424 с.
2. Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 311 с.
3. Зельдович Я.Б., Тодес О.М. // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. № 12. С. 1441–1445.
4. Parmar D.S., Jalaluddin A.K. // Phys. Lett. 1973. V. 42A. № 7. P. 497–498.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959. 532 с.
6. Шахпоронов М.И. Методы исследования теплового движения молекул и строения жидкостей. М.: Изд-во МГУ, 1963. 281 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 733 с.
8. Куперштох А.Л. // Вестн. НГУ. Сер. Математика, механика и информатика. 2005. Т. 5. № 3. С. 29–42.
9. Kupershtokh A.L., Medvedev D.A. // J. Electrostatics. 2006. V. 64. P. 581–585.
10. Lewis T.J. // IEEE Trans. Dielect. and Electr. Insulation. 1998. V. 5. № 3. P. 306–315.
11. Воробьев В.С., Малышенко С.П. // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 4. С. 863–870.
12. Lesaint O., Massala G. // IEEE Trans. Dielect. and Electr. Insulation. 1998. V. 5. № 3. P. 360–370.